

$$+500, -200, -900, \square \Rightarrow \square = -900 - 700 = -1600$$

$-700 \quad -700 \quad -700$

در این دنباله، هر عدد از تفاضل جمله قبلی با عدد ۷۰۰ به دست می‌آید.

۴۵. گزینه «۲» باید پنداشته و درباره مجموع عددهای صحیح بروندن، ضروریه!

نکته

● مجموع عددهای طبیعی:

● مجموع عددهای طبیعی زوج (دو برابر عددهای طبیعی):

● مجموع عددهای طبیعی فرد (زیباست):

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

$$2+4+6+\dots+2n = n \times (n+1)$$

$$1+3+5+\dots+(2n-1) = n^2$$

$$\frac{\text{تعداد} \times (\text{عدد اول} + \text{عدد آخر})}{\text{تعداد}} = \frac{\text{عدد آخر} + \dots + \text{عدد اول}}{1}$$

$$\frac{(\text{عدد اول} - \text{عدد آخر})}{\text{فاصله بین عددها}} + 1 = \text{تعداد} \Rightarrow \text{عدد آخر}, \dots, \text{عدد اول}$$

(نکته آخر برای عددهای با فاصله ثابت از هم است.)

حالا فقط مونده شما این ابزارهای پرکاربرد را در حل مسائل پیاده کنید تا مسلط بشین:

$$(-10) + (-9) + (-8) + \dots + 11 + 12 + 13 = ?$$

روش اول:

$$\frac{13 - (-10)}{1} + 1 = 24$$

$$\frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{2} \times \text{تعداد} = \frac{(-10 + 13)}{2} \times 24 = \frac{3}{2} \times 24 = 3 \times 12 = 36$$

روش دوم: از ۱۰ تا ۱۰- اعداد قرینه یکدیگرند؛ پس جمع آنها برابر صفر است؛ حالا فقط اعداد ۱۱، ۱۲ و ۱۳ مانند که مجموع آنها ۳۶ است.

۴۶. گزینه «۴» رابطه میانگین را بنویس:

$$\frac{\text{مجموع عددها}}{\text{تعداد}} = \frac{\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}}{2} = \frac{\text{میانگین}}{\frac{\text{تعداد}}{2}}$$

$$\frac{+8 + (-7)}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a+b}{2}$$

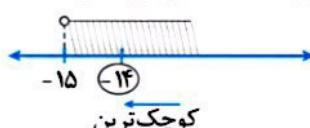
میانگین یک مجموعه عددهای نظامدار از a تا b برابر است با:

(نظامدار یعنی عددها با فاصله یکی یکی، دوتا دوتا و ... هستند؛ مانند عددهای صحیح؛ بنابراین

میانگین عددهای صحیح از a تا b نیز برابر است با: $\frac{a+b}{2}$ (طبق استدلال بیان شده)

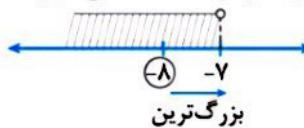
نکته

-۱۴ = کوچکترین عدد صحیح بزرگتر از -۱۵



$$\Rightarrow -14 + (-8) = -14 - 8 = -22$$

-۸ = بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از -۷



$$24 - (-8) = 24 + 8 = 32$$

۴۷. گزینه «۱» باید تک تک گزینه ها را امتحان کنیم:

$$24 - (+8) = 16 \Rightarrow \frac{16}{3} = \frac{16}{3} \neq 32 \quad \text{x}$$

$$32 - (-8) = 40 \Rightarrow \frac{40}{3} = \frac{40}{3} \neq 16 \quad \text{x}$$

$$32 - (+8) = 24 \Rightarrow \frac{24}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

۴۸. گزینه «۳» باید تک تک گزینه ها را امتحان کنیم:

$$32 - (+8) = 24 \Rightarrow \frac{24}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{اندازه از } -8 = -16 + 8 = -8 \Rightarrow \text{فاصله از } -8 = 8 \\ \text{اندازه از } +8 = -16 - (+8) = -24 \Rightarrow \text{فاصله از } +8 = 24 \\ \text{اندازه از } -4 = -12 - (-8) = -12 + 8 = -4 \Rightarrow \text{فاصله از } -4 = 8 \\ \text{اندازه از } +8 = -12 - (+8) = -12 - 8 = -20 \Rightarrow \text{فاصله از } +8 = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{24}{3} = 8 \quad \checkmark$$



«۴. گزینه ۴»

$$+10 = \text{کوچکترین عدد دورقی مثبت} \quad -100 + 10 = -90 \quad \text{- حاصل جمع}$$

«۵. گزینه ۱» چون پرانتز اولویت عملیاتی دارد، از داخلی ترین پرانتز شروع می‌کنیم:

$$1 - (2 + (3 - (4 + (5 - 6)))) = 1 - (2 + (3 - (4 + (-1)))) = 1 - (2 + (3 - 3)) = 1 - (2 + 0) = 1 - 2 = -1$$

$$(1 - 2) - (3 - 4) - (5 - 6) - \dots - (99 - 100)$$

$$\frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{تعداد فاصله بین عددها}} = \frac{100 - 1}{1} + 1 = 99 + 1 = 100$$

البته وافعه که ۱۰۰ اتا عدد و بهود داره؛ فقط می‌فواستم فرمول رو یادآوری کنم.

$$\frac{100}{2} = 50$$

از آنجایی که عددها دوتا دوتا با پرانتز دسته‌بندی شده‌اند، تعداد پرانتزها برابر است با:

$$-1 + 1 + 1 + \dots + 1 = -1 + 49 \times (1) = -1 + 49 = 48$$

«۵. گزینه ۴» باید از داخلی ترین پرانتز شروع کنیم:

$$20 - (19 - (18 - (17 - 16) - 17) - 18) - 19 + 20 = 20 - (19 - (18 - 1 - 17) - 18) - 19 + 20 = 20 - (19 - 17) - 18 - 19 + 20 = 20 - 2 - 18 - 19 + 20$$

$$= 20 - 1 - 19 + 20 = 0 + 20 = +20$$

$$-[(+15) - (-3) - (20) + (-6)] = -[\underbrace{15 + 3}_{\text{با هم}} - \underbrace{20 - 6}_{\text{با هم}}] = -[18 - 26] = -[-8] = +8$$

به قرینه وقت کن! سؤال، قرینه حاصل جمع را می‌خواهد؛ بنابراین پاسخ ۸ است.

«۵. گزینه ۱»

نکته

اولویت عملیاتی: در محاسبات عددی، اولویت عملیاتی بسیار مهم و به ترتیب زیر است:

(۱) پرانتزها و کروشهای (۲) ضرب و تقسیم (۳) جمع و تفریق

اگر اولویت عملیاتی در یک عبارت یکسان بود (برای مثال همه ضرب یا تقسیم بودند)، قاعده براین

است که از چپ به راست محاسبه کنیم (به طور کلی، محاسبات را از چپ به راست انجام می‌دهیم).

حالا برایم سراغ هل سؤال؛ اولویت‌ها را از چپ به راست مشخص می‌کنیم؛ ابتدا ضرب و تقسیم:

$$\begin{aligned} & -1 + 2 \times (-3) + 4 \div (-2) - 5 \times (-9) \div (-3) = 1 + (-6) + (-2) + (45) \div (-3) \\ & = -1 + (-6) + (-2) - 15 \\ & = \underbrace{-1}_{\text{۱}} + \underbrace{(-6)}_{\text{۲}} + \underbrace{(-2)}_{\text{۳}} - 15 \end{aligned}$$

سپس جمع و تفریق:

البته در عبارتی که اولویت عملیاتی برای همه یکسان است، لزومی ندارد که از چپ به راست حل کنیم؛ در هر صورت پاسخ به دست می‌آید.

۵۵. گزینه «۳» سؤال زیبایی است این همه عدها جمع و تفریق وجود دارد؛ بنابراین اولویت عملیاتی بین همه یکسان است. در این حالت می‌توانیم پرانتزها را بشکنیم و به دلخواه، عدها را محاسبه کنیم. به عبارت دیگرمی توانیم پرانتزها را کاملاً برداریم؛ چون تأثیری در پاسخ ندارد.

همچنین می‌توانیم پرانتزها را طوری بچینیم که سؤال راحت‌تر حل شود؛ خودمان مشخص می‌کنیم که کدام عدها را با هم جمع یا تفریق کنیم.

$$-3 + (-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 4$$

۵۶. گزینه «۲» ساده عمل کنید (simple):

از فرمول هم می‌توانید استفاده کنید؛ اما ساده‌تر از این هر فاس!

$$\frac{1-2+3-4+5-6+7-8+\dots+199-200}{-1} = \dots$$

۵۷. گزینه «۲»

همان‌طور که می‌بینید، حاصل جمع هر جفت از این عدها $(-)$ می‌شود؛ بنابراین کافی است تعداد آنها را به دست آوریم. تعداد کل عدها 200 تا است (از 1 تا 200). چون جمع هر دو تای این عدها $(-)$ می‌شود، تعداد $(-)$ ‌ها برابر با نصف تعداد عدها است؛ یعنی:

$$\frac{200}{2} = 100 \quad \text{مجموع: } 100 \times (-1) = -100$$

$$\frac{1+2-3-4+5+6-7-8+\dots-119-120}{-2} = \dots$$

۵۸. گزینه «۲»

همان‌طور که می‌بینید، جمع این عدها یکی در میان $(-)$ می‌شود؛ پس کافی است تعداد آنها را به دست آوریم. چون جمع هر دو تای این عدها $(-)$ می‌شود، تعداد $(-)$ ‌ها برابر با نصف 120 (تعداد عدها از 1 تا 120) است:

$$\frac{\text{تعداد کل}}{2} = \frac{120}{2} = 60 \quad \text{مجموع: } 60 \times (-2) = -120$$

$$\begin{aligned} & (-1) - (-2) - (-3) - (-4) - (-5) - (-6) - \dots - (-10) = -1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + 10 \\ & = \underbrace{-2 + 1}_{-1} + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + 10 = -2 + (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10) \\ & = -2 + \left(\frac{10+1}{2} \times 10\right) = -2 + (11 \times 5) = -2 + 55 = 53 \end{aligned}$$

۵۹. گزینه «۱»

$$\frac{3-8+5-10+7-12+\dots+201-206}{-5} = \dots$$

۶۰. گزینه «۴»

باید به دنبال الگویی در جمع کردن عدها باشیم. همان‌طور که می‌بینید، حاصل جمع هر جفت از عدهای پشت سرهم $(-)$ است؛ پس تعداد $(-)$ ‌ها برابر با نصف تعداد کل عدها است. بنابراین ابتدا تعداد کل عدها را به دست آوریم:

$$\frac{3-8+5-10+7-12+\dots+201-206}{-5} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} +2 +2 +2 \\ 3 + 5 + 7 + \dots + 201 \\ +2 +2 +2 \\ -2 -2 -2 \\ -8 -10 -12 -\dots -206 \\ -2 -2 -2 \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد: } \frac{201-3}{2} + 1 = \frac{198}{2} + 1 = 99 + 1 = 100 \\ \text{تعداد کل: } 100 + 100 = 200 \\ \text{تعداد (بدون در نظر گرفتن منفی‌ها): } \frac{206-8}{2} + 1 = 99 + 1 = 100 \end{array} \right\}$$

می‌بینید که عدها از دو دنباله منظم تشکیل می‌شوند.

$$\text{تعداد کل عدها} = \frac{200}{2} = 100 \quad \text{مجموع: } 100 \times (-5) = -500$$

$$(2+4+6+8+\dots+400)$$

برای به دست آوردن حاصل عبارت، جمع را به صورت ستونی می نویسیم:

$$+ \underline{(-1-3-5-7-\dots-399-401)}$$

$$\underline{\underline{1+1+1+1+\dots+1}} - 401$$

برای به دست آوردن تعداد یک ها، تعداد جمله های یکی از دنباله ها را حساب می کنیم:

$$\frac{400-2}{2} + 1 = \frac{398}{2} + 1 = 199 + 1 = 200 \Rightarrow \text{مجموع} = 200 \times (1) - 401 = 200 - 401 = -201$$

$$1 - (2 - (3 - (\dots(95 - (96 - (97 - (98 - (99 - 100)))))))\dots)$$

روش اول: گزینه «۳»

همان طور که می بینید، هر دو پرانتز به ترتیب برابر با -1 , -2 , -3 و ... است؛ بنابراین در مجموع برابر با $50 \times (-1) = -50$ می شود:

$$1 - (2 - (3 - (\dots(95 - (96 - (97 - (98 - (99 - 100)))))))\dots) = \underbrace{(1-2)}_{-1} + \underbrace{(3-4)}_{-1} + \underbrace{(5-6)}_{-1} + \dots + \underbrace{(97-98)}_{-1} + \underbrace{(99-100)}_{-1}$$

بنابراین $50 \times (-1) = -50$ داریم که می شود:

$$\underbrace{-1+3-5+7}_{+2} - \underbrace{9+11-\dots}_{+2} - \underbrace{197+199}_{+2} - 201$$

گزینه «۱»

جمع هر چفت از عده ها $+2$ می شود و فقط -201 می ماند. دقت کنید که به دلیل نظم دو تایی ها ($\square + \square$) است که -201 باقی می ماند.

$$\frac{199-1}{2} + 1 = \frac{198}{2} + 1 = 99 + 1 = 100 \quad \text{تعداد عده ها از ۱ تا } 199$$

$$\Rightarrow 50 \times (+2) - 201 = 100 - 201 = -101 \quad \text{مجموع}$$

گزینه «۲» اگر عبارت 1394 تا علامت $+$ و $-$ (به صورت یکی در میان) داشته باشد، یعنی 697 تا مثبت و 697 تا منفی دارد. در نتیجه

$-(+(-(+(-\dots -20 - (-19))\dots)) = -(-1) = +1$ علامت پشت آن منفی می شود. (چرا؟)

$$\text{صفر} = \underbrace{-1+0+1}_{=0}$$

سه عدد صحیح متولی

$$\begin{array}{ccccccc} & \overbrace{+100} & & \overbrace{+100} & & \overbrace{+100} & \\ -300 + 400 - 500 + 600 - \dots - 2100 + 2200 & & & & & & \\ \hline -1500 + 2000 - 2500 + 3000 - \dots - 10500 + 11000 & & & & & & \\ & \overbrace{+500} & & \overbrace{+500} & & \overbrace{+500} & \end{array}$$

گزینه «۲»

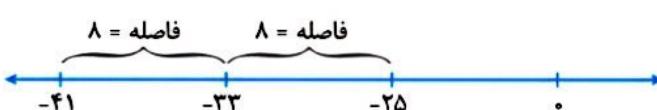
$$\frac{2200-300}{100} + 1 = \frac{1900}{100} + 1 = 19 + 1 = 20 \quad \text{تعداد عده های صورت}$$

$$\frac{20}{2} = 10 \quad \text{تعداد }(+) \text{ ها}$$

$$\frac{11000-1500}{500} + 1 = \frac{9500}{500} + 1 = \frac{95}{5} + 1 = 19 + 1 = 20 \quad \text{تعداد عده های مخرج}$$

$$\frac{20}{2} = 10 \quad \text{تعداد }(+) \text{ ها}$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{10} \times (100)}{\cancel{10} \times (500)} = \frac{100}{500} = \frac{1}{5}$$



گزینه «۴» از محور اعداد استفاده کنید:

$$-33 + 8 = -25 \quad -33 - (+8) = -41$$

گزینه «۱» دقت کنید عده هایی مانند $\frac{1}{8}$ عده های مخلوط اند که بین عدد و کسر، علامت جمع $(+)$ وجود دارد:

$$\frac{7}{5} = 7 + \frac{2}{5} = 7 + 0 = 7 \quad \frac{2}{8} = 2 + \frac{1}{8} = 2 + 1 = 3 \quad \frac{11}{12} = 11 + 2 = 13 \quad \frac{5}{5} = 5 + \frac{0}{5} = 5 + 1 = 6$$

$$\Rightarrow -\left[\frac{7}{5} \times \frac{2}{8} - \frac{11}{12} \times \frac{5}{5} \right] = -[7 \times 3 - 13 \times 6] = -[21 - 78] = -[-57] = +57$$

از عدد کم می‌کنیم

صورت سؤال را به زبان ریاضی می‌نویسیم (به فرض سؤال توجه کنید):

$$\square - (\underbrace{\square - 2 \times \square}_{\text{اختلاف عدد}}) = \square - (-\square) = \square + \square = \underbrace{2 \times \square}_{\text{دو برابر عدد}}$$

و دو برابر شد

یا

$$\square - (2 \times \square - \square) = \square - \square = 0$$

«۷۰. گزینه «۳» دقت کنید!

$$\frac{-2015}{1394} \times \frac{-2014}{1394} \times \frac{-2013}{1394} \times \cdots \times \cancel{\frac{0}{1394}} \times \cdots \times \frac{1392}{1394} \times \frac{1393}{1394} \times \frac{1394}{1394} = 0$$

() × صفر = 0

همان طور که می‌دانید، ضرب هر عدد در صفر، صفر است.

۱۲ عدد صحیح متولی (بشمارید)

$$(-5) + (-4) + (-3) + (-2) + (-1) + \dots + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 6$$

۷۱. گزینه «۲» می‌توانید از گزینه‌ها هم کمک بگیرید:

۷۲. گزینه «۳» ابتدا عبارت تساوی را ساده می‌کنیم؛ سپس عدها را جایگذاری می‌کنیم:

$$[\square - (-(\square - 6))] = -\square + (-7) \Rightarrow \square - 6 = -\square - 7$$

$$\Rightarrow -2 - 6 = -1 - 7 \Rightarrow -8 = -8 \quad \checkmark$$

$$(-5, 4) \Rightarrow 4 - 6 = \overbrace{-(-5)}^{+5} - 7 \Rightarrow -2 = -2 \quad \checkmark$$

$$8 - 6 = -7 - 7 \Rightarrow 2 \neq -14 \quad \times$$

$$(-1, 0) \Rightarrow 0 - 6 = -(-1) - 7 \Rightarrow -6 = -6 \quad \checkmark$$

$$1 - 1 = 0$$

۷۳. گزینه «۳» آن عدد، عددی نیست به جز ۱. با امتحان گزینه‌ها به پاسخ درست می‌رسیم:

$$\frac{1}{1} - 1 = 0$$

از آنجایی که معکوس عدهای ۱ و ۱- خودشان هستند، داریم:

$$42^{\circ} = +42^{\circ}$$

۷۴. گزینه «۲»

$$49^{\circ} = 42^{\circ} - 49^{\circ} = -7^{\circ}$$

$$\frac{42^{\circ} + (-7^{\circ})}{2} = \frac{35^{\circ}}{2} = 17.5^{\circ}$$

$$\left. \begin{array}{l} -4^{\circ} = \text{دما} \text{ی هوای البرز} \\ +12^{\circ} = \text{دما} \text{ی هوای کرمان} \end{array} \right\} \text{میانگین} \Rightarrow \frac{12^{\circ} - 4^{\circ}}{2} = \frac{8^{\circ}}{2} = 4^{\circ}$$

۷۵. گزینه «۴»

$$\left. \begin{array}{l} -5^{\circ} = \text{دما} \text{ی هوای مشهد} \\ 5^{\circ} = \text{درجه سردتر} \end{array} \right\} -5^{\circ} = 1^{\circ}$$

$$-22^{\circ} - (+5^{\circ}) = -22^{\circ} - 5^{\circ} = -27^{\circ}$$

۷۶. گزینه «۱»

در نتیجه دما گوشت ۲۷ درجه کاهش یافته است.

$$-18^{\circ} \xrightarrow{\div 2} -9^{\circ}$$

۷۷. گزینه «۳»

دما نهایی جسم، دما بیخچال است؛ یعنی در نهایت، دما جسم -18° - درجه می‌شود که نصف دما اولیه است؛ بنابراین:

$$-26^{\circ} = -2 \times (-18^{\circ})$$

دقت کنید همیشه وقتی عدد نصف می‌شود، کوچکتر نمی‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} 17^{\circ} - 32^{\circ} = -15^{\circ} \\ +15^{\circ} = 0 \end{array} \right\} \text{دما} \text{ی جسم}$$

افزایش کاهش

۷۸. گزینه «۲»

نکته

اگر مجموع و اختلاف دو عدد را داشته باشیم، عدهای را از رابطه‌های زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{اختلاف} + \text{مجموع}}{2} = \text{عدد بزرگتر}$$

$$\frac{\text{اختلاف} - \text{مجموع}}{2} = \text{عدد کوچکتر}$$

به تقسیم بر ۲ توجه کنید؛ چون به راحتی فراموش می‌شود.

در این سؤال دمای شهر سردتر خواسته شده؛ یعنی دمای کمتر مدنظر است.

$$\frac{\text{اختلاف} - \text{مجموع}}{2} = \frac{-4^{\circ} - (+8^{\circ})}{2} = \frac{-4^{\circ} - 8^{\circ}}{2} = \frac{-12^{\circ}}{2} = -6^{\circ}$$

$$\text{دما} \square = \text{دما} \bigcirc \quad \text{دما} \bigcirc = \text{دما} \square$$

$$\square = \bigcirc - 5^{\circ}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bigcirc + \square = -14^{\circ} \Rightarrow \bigcirc + \square = -28^{\circ} \\ \square = \bigcirc - 5^{\circ} \end{array} \right\} \Rightarrow \bigcirc + \bigcirc - 5^{\circ} = -28^{\circ} \Rightarrow 2 \times \bigcirc = -23^{\circ} \Rightarrow \bigcirc = -11/5^{\circ}$$

$$\left. \begin{array}{l} \bigcirc = -11/5^{\circ} \\ \square = \bigcirc - 5^{\circ} \end{array} \right\} \Rightarrow \square = -11/5^{\circ} - 5^{\circ} = -16/5^{\circ}$$

دما اول ۵ درجه از جسم دوم کمتر است:

«۸. گزینه «۴»

بنابراین دمای جسم گرمتر، $-11/5^{\circ}$ درجه است.

$$(\downarrow \quad \downarrow)$$

عامل دوم عامل اول

«۸. گزینه «۳» هر پرانتز، یک عامل اول و یک عامل دوم دارد:

(مجموع عامل‌های اول) $= (-2) + (-4) + (-6) + (-8) + \dots + (-100)$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{100-2}{2} + 1 = \frac{98}{2} + 1 = 49 + 1 = 50 : \text{تعداد عامل‌های اول} \\ \frac{100+2}{2} \times 50 = \frac{102}{2} \times 50 = 102 \times 25 = 2550 : \text{مجموع عامل‌های اول} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{البته منفی است}} -2550 = \text{مجموع عامل‌های اول}$$

$$\frac{11-22+33-44+\dots-550}{-11 \quad -11 \quad -11} : \text{مجموع عامل‌های دوم}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{50}{2} = 25 = \text{تعداد عامل‌های دوم} \\ 25 \times (-11)(2) = -275 : \text{مجموع عامل‌های دوم} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تعداد } -11 = \text{هر جفت}} 50 = 25$$

در نتیجه: پرانتز (زوج مرتب) $= (-2550, -275)$

$(-9, 5), (-4, 0), (-3, -1)$

$$-9+5=-4 \quad -4+0=-4 \quad -3-1=-4$$

آن سه جفت عدد به این صورت است:

«۸. گزینه «۵»

جمع هر جفت از این عدهای ۴ است. باید آنقدر امتحان کنید تا شش عدد مناسب برای این سه جفت پیدا کنید!

$$\left. \begin{array}{l} c = -(-14) = 14 \\ -a + (-3) = -5 \Rightarrow a = 5 - 3 = 2 \\ -(2) + (-3) = b \Rightarrow b = -2 - 3 = -5 \end{array} \right\} \Rightarrow c - (a - b) = 14 - (2 - (-5)) = 14 - (2 + 5) = 14 - 7 = 7$$

«۸. گزینه «۳»